

(sorozatok)

1. Vizsgálja a következő sorozatok korlátosságát, monotonitását, határértékét; ha az létezik, adjon hibakorlátot az adott ε -hoz.

a) $\frac{3n}{2n+7}, \varepsilon = 1/20,$

b) $\frac{3^{2n}-2}{5^{n+1}}, \varepsilon = 0,02$

FÜGGVÉNYHATÁRÉRTÉK

2. Legyen f a következőképp értelmezett:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 2x, & x > 2; \\ (x-2)^2, & x < 2. \end{cases}$$

Vizsgálja az f függvény határértékét az $x_0 = 2$ bal és jobb oldali környezetében.

3. Határozza meg a következő határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{64-x^2}{x-8},$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+2x}{x}$

4. Vizsgálja meg az alábbi függvények értelmezési tartományát, értékészletét, korlátosságát, tulajdonságait; vázolja a grafikonjukat!

a) $f(x) = \{x\}^2,$

b) $g(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in]2k; 2k+1], k \in \mathbb{Z}; \\ 2, & \text{ha }]2k+1; 2k], k \in \mathbb{Z} \end{cases},$

c) $h(x) = \{x^2\},$

d) $i(x) = \lfloor x^2 \rfloor.$

5. Határozza meg a következő függvények adott változóértékhez tartozó határértékeit!

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (5x - 3);$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sgn}(x);$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 5x + 2);$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+4};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x-2};$

f) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \sin x.$

6. Határozza meg a következő függvények határértékét a megadott töréspontban!

a) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{ha } x \geq 2; \\ 3, & \text{ha } x < 2. \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{ha } x \geq 1; \\ 2x + 2, & \text{ha } x < 1. \end{cases}$

7. Határozza meg a függvényhatárértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-2x}{x};$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5+3x^3-3x}{x^3+x^2-2x};$

e) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+2x-8}{x^2+7x+12}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3};$

8. Határozza meg a következő végtelenben vett határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x-10};$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2-x});$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+500x}{x^2-10^7};$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1});$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-10}}{x+1};$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|\sin x|}{x}.$