1. Döntse el az alábbi sorozatokról, hogy van-e határértékük, s ha van, keresse is meg azt.

a) $a_n = n^{-\frac{1}{2018}}$;

b) $b_n = \frac{n}{2018\sqrt{n}+1}$;

c) $c_n = \frac{3\sqrt[4]{n}+4\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n}}$;

d) $d_n = \frac{2n+1}{3n-2}$;

e) $e_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$;

f) $f_n = n - n^2$;

g) $g_n = \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+1}$;

h) $h_n = \sqrt{n(n+1)} - \sqrt{n}$;

i) $i_n = \frac{2n^2-3n+9}{5n-n^2-7}$;

j) $j_n = \frac{2n-3n^3+n^2}{5-4n^2-4n^3}$;

k) $k_n = \frac{\sum_{i=1}^{n}(3i-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$;

l) $l_n = \frac{n^2-3n+2}{2-3n^3+n}$;

m) $m_n = \frac{1}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2$;

n) $p_n = \frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

(indirekt bizonyítás)

2. Bizonyítsa, hogy bármely találkozón van kettő ember, akinek pontosan ugyanannyi ismerőse van.
3. Bizonyítsa, hogy egy irracionális szám tizedes tört alakjában legalább egy számjegy végtelen sokszor szerepel. Aztán azt, hogy legalább kettő.

(halmazok)

4. Következik-e az $A \setminus B = C$ egyenlőségből, hogy $A = B \cup C$?
5. $A = \{0; 1; 2\}, B = \{1; 2; 3\}$. Adja meg az $(A \times B) \cap (B \times A), (A \times B) \setminus (B \times A), (A \times B) \Delta (B \times A)$ halmazkifejezések eredményeit.

(teljes indukció)

6. Igazolja teljes indukcióval, hogy

a) $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$;

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

(számok)

7. Iktasson be a 8 és az 50 közé nyolc számot úgy, hogy a tíz darab szám számtani sorozatot alkosson! Mennyi ezen tíz szám összege? Végezze el ugyanezeket mértani sorozattal.
8. Adjon zárt formulát a következő összegekre!

a) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}$;

b) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$.