

1. Ábrázolja és jellemezze a következő függvényeket!

a)  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 5;$

e)  $j(x) = \log_3(x + 4) + 2;$

b)  $g(x) = -2x^2 + 12x - 16;$

f)  $k(x) = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1;$

c)  $h(x) = \frac{-4x-11}{2x+6};$

g)  $l(x) = \frac{1}{2} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2;$

d)  $i(x) = 2^{x-3} - 5;$

k)  $m(x) = \lfloor x - 2 \rfloor.$

2. Ábrázolja és jellemezze a következőket is.

a)  $f(x) = x - \lfloor x \rfloor;$

e)  $j(x) = \sqrt{x - \lfloor x \rfloor};$

b)  $g(x) = x \cdot \lfloor x \rfloor;$

f)  $k(x) = |x + 3| + |x - 2|;$

c)  $h(x) = \frac{x}{\lfloor x \rfloor};$

g)  $l(x) = |x^2 + x - 6|;$

d)  $i(x) = \sqrt{x};$

h)  $m(x) = |3x| - x^2.$

3. Vizsgálja az  $a_n = \frac{2n-1}{n}$  sorozat értékészletét korlátosság és monotonitás szempontjából!

Írja fel és ábrázolja a következő sorozatok első hat elemét; vizsgálja korlátosságukat, monotonitásukat!

a)  $a_n = 5n + 1;$

d)  $d_n = \frac{n^3+1}{n^2-2};$

f)  $f_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{2+4+6+\dots+2n};$

b)  $b_n = \sin n \frac{\pi}{2};$

e)  $e_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n;$

g)  $g_n = \sqrt[n]{n};$

c)  $c_n = 2 + \frac{(-1)^n}{2n};$

h)  $h_n = \sqrt[n]{n!}.$

4. Adjon meg három, öt, majd  $n$  db racionális számot a következő  $A$  középpontú,  $\varepsilon$  sugarú környezetekben!

a)  $A = 5, \varepsilon = 2 \cdot 10^{-3};$

b)  $A = -\frac{3}{2}, \varepsilon = 10^{-9};$

c)  $A = 1984, \varepsilon = 3 \cdot 10^{-12}.$

5. Határozza meg a következő sorozatok határértékét! Adja meg a küszöbindexet  $\varepsilon = 10^{-2}$  és  $\varepsilon = 10^{-6}$  hibakorlátokhoz.

a)  $\frac{n+3}{2n-5};$

b)  $\frac{1-6n}{7n+2};$

c)  $\frac{4^{n+1}-1}{4^n};$

d)  $\frac{6^n}{5^{n-1}}.$

6. Adjon meg olyan (i) monoton, (ii) nem monoton sorozatot, amelynek a határértéke a  $\frac{2}{3}!$

7. Határozza meg a következő határértékeket!

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n;$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n;$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n;$

e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2}\right)^n;$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1};$

f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-\sqrt{2}}{5n}\right)^n$