

HALMAZOK, HALMAZMŰVELETEK. RÉSZHALMAZOK. SZÁMOSSÁG

- Halmazok-e a következők? Ha igen, adja meg az elemszámukat!
 - $A = \{\text{a gyakorlatunk magas hallgatói}\};$
 - $B = \{\text{az } \{a; b; c; d\} \text{ halmaz valódi részhalmazai}\};$
 - $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
 - $E = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
 - $F = \{x \mid x \notin F\}$
- Hány részhalmaza van a 16-nál kisebb pozitív prímszámok halmazának? Hányféle háromelemű részhalmaza van?
- Legyen alaphalmazunk H , a -5 -nél nagyobb, de a 10 -nél nem nagyobb egész számok halmaza; továbbá legyen adott benne két halmaz: $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| > 4\}$ és B , a hárommal osztható számok összessége.
 - Ábrázolja a fenti halmazokat közös Venn-diagrammon.
 - Adja meg az \bar{A} és a \bar{B} halmazokat, határozza meg számosságukat.
 - Hasonlóképpen járjon el az $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ és $A \times B$ halmazokkal.
- Ábrázolja számegyenesen az I, J, K intervallumokat.

$$I = [2; 4], J = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6x + 5 < 0\}, K = \{az f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-6}} \text{ függvény értelmezési tartománya}\}$$

Jelölje számegyenesen és adja meg intervallumként a következőket!

- $J \setminus I;$
- $I \cap K;$
- $(K \setminus J) \cup I$

SZÁMHALMAZOK. KÖZEPEK. TELJES INDUKCIÓ. CAUCHY–SCHWARZ–BUNYAKOVSKIJ-EGYENLŐTLENSÉG

- Milyen számjegy áll az $5/13$ tizedes tört felírásában a tizedesvessző utáni 2018. helyen? Adja meg egészek hányadosaként a $0,201820182018\dots$ végtelen szakaszos tizedes törtet!
- Bizonyítsa, hogy a $\sqrt{5}$ szám nem írható fel egészek hányadosaként, azaz irracionális szám!
- Adjon meg 2, 3, majd tetszőleges n racionális számot az $\left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$ intervallumban.
- Adja meg a következő egyenletek megoldáshalmazát a megjelölt alaphalmazokon.
 - $3(4-x) = 2[3-2(x+4)]; (i) x \in \mathbb{N}, (ii) x \in \mathbb{Z};$
 - $\frac{3x+5}{18} + \frac{4x+1}{12} - \frac{5x-2}{6} = 0; (i) x \in \mathbb{Z}, (ii) x \in \mathbb{Q};$
 - $x^2 + (3 - \sqrt{2})x - 3\sqrt{2} = 0; (i) x \in \mathbb{Q}, (ii) x \in \mathbb{R};$
 - $(x+3)\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + \sqrt[3]{2})(x^2 + 1) = 0; (i) x \in \mathbb{N}, (ii) x \in \mathbb{Q}^*, x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{C}.$
- Határozza meg, melyek alkotnak testet az alábbi halmazok közül: $\mathbb{Q}, \mathbb{Q}^*, \mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{R}.$
- Melyik az számpár, amelynek számtani és mértani közepeinek halmaza a $\{4; 5\}$? Határozza meg a harmonikus és a négyzetes közepüket!
- Egy derékszögű háromszög befogóinak összege 18 cm. A befogóhosszak mely megoszlásában lesz a háromszög területe maximális?
- Igazolja, hogy $4 \mid 7^n + 3^{n+1}.$
- Bizonyítsa, hogy $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1.$
- Tekintsünk n darab tetszőleges pozitív egész számot. Mit állíthatunk összegük és reciprokösszegük szorzatáról?